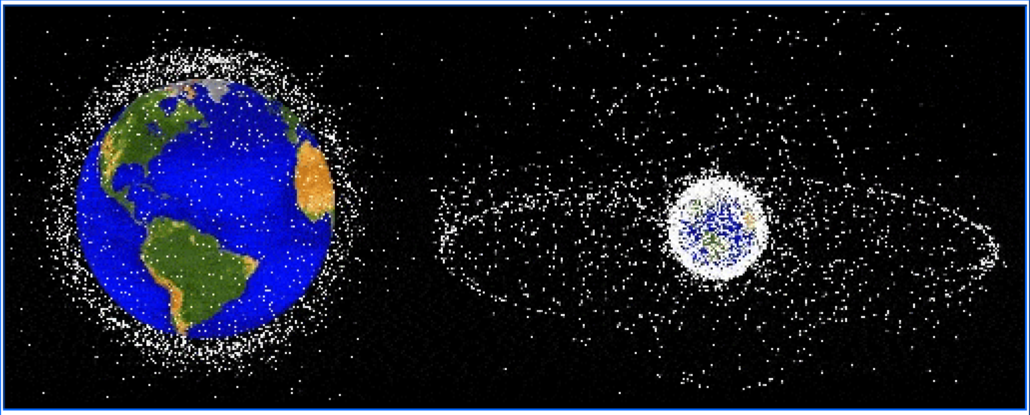
Mouvement des satellites et des planètes

Depuis 1957 l'environnement spatial proche de la Terre voit chaque année de nouveaux débris s'accumuler en raison de la prolifération des vols spatiaux.
Au fil des années des **dizaines de tonnes de matériels devenus inutiles sont abandonnés sur orbite** en attendant une lente dégradation ou leur récupération.
Selon un rapport du NORAD établi le 1/01/1999 et suite au recensement effectué par le Space Surveillance Network de l'US Space Command (USSPACECOM), depuis 1957, **la Russie, les Etats-Unis, l'Europe, le Japon, la Chine, l'Inde et Israël** ont procédé à près de **5 343 lancements réussis d'engins spatiaux.**
Cela représente plus de **20 000 tonnes de matériaux et 25 500 objets divers en orbite autour de la Terre**, parmi lesquels **il ne reste que 595 satellites opérationnels** représentant une masse de 4 500 tonnes.



Plus de 7 000 débris sont représentés sur cette image. Ils se concentrent sur des orbites situés à 800 et 1 500 km d'altitude	Environ 8 500 gros débris de plus de 10 cm sont dispersés autour de la Terre jusqu'à l'orbite géostationnaire. 7% d'entre eux sont des satellites fonctionnels. L'USSPACECOM suit en permanence l'évolution de chacun d'entre eux.

Parmi ces objets spatiaux on dénombre 15 680 débris de plus de 10 cm orbitant entre 400 et 1 500 km d'altitude. 100 000 objets d'une taille inférieure à 10 cm sont en orbite basse et il devrait y avoir des centaines de milliers de débris de taille inférieure au centimètre pour un total de quelque 35 millions de débris si on s'attarde aux particules de moins d'un millimètre.
vidéo 1 vidéo 2

Qu'est ce qui régit les mouvements de ces satellites ? ... les 3 lois de KEPLER

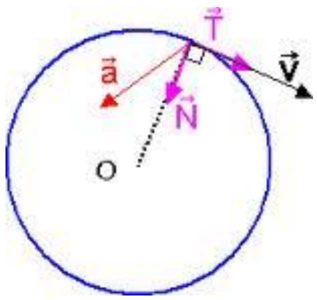
I-Cinématique des mouvements circulaires :

1- Définition et repère de Frenet :

Dans un référentiel donné, le mouvement d'un point est dit …………………… si la trajectoire de A est …… ……………………. Si la vitesse est constante au cours du temps, il est aussi ……………………. Si la vitesse varie au cours du temps, il est dit ……………………

Pour l'étude des mouvements circulaires, il est plus simple d'utiliser un repère dit de ………………. associé directement au système en mouvement :

- l'origine du repère est le centre du système
- le repère est constitué de 2 vecteurs unitaires :
  - $\vec{T}$ ou $\overrightarrow{u_t}$, tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement
  - $\vec{N}$ ou $\overrightarrow{u_n}$, normal (perpendiculaire) à $\overrightarrow{u_t}$ et orienté vers le centre de la trajectoire



Ainsi, dans un tel repère, les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération s'exprime par définition, par :

$\vec{v}\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right.$ $\vec{a}\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right.$

Remarques :

- ……
- ……
- ………………………………………………………………………
- ……

2- Mouvement circulaire uniforme :

Dans le cas d'un mouvement **circulaire et uniforme**, la vitesse *v* est ………………………… et les coordonnées du vecteur accélération se simplifient :

$\vec{a}\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right.$

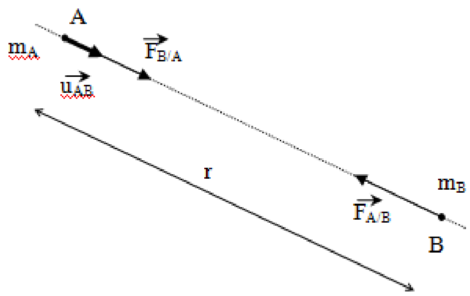
……

……

II-Mouvement des satellites et des planètes :

1- Rappel : l'interaction gravitationnelle :

Deux points matériels A et B, de masses m_A et m_B séparés d'une distance *d*, exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction gravitationnelle de même valeur, $\overrightarrow{F_{A/B}}$ et $\overrightarrow{F_{B/A}}$ telles que :



m_A et m_B en kilogrammes (kg)

$F_{A/B} = F_{B/A}$ en Newtons (N)

$\overrightarrow{u_{AB}}$ vecteur unitaire de direction (AB) orienté de A vers B

$G = 6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$, constante de gravitation

***Remarque** : Cette loi se généralise aux corps non ponctuels à répartition sphérique de masse, comme la Terre, en considérant que toute la masse est concentrée en leur centre.*

Pour étudier le mouvement d'un satellite ou d'une planète, on choisira le référentiel astrocentrique centré sur l'astre central et dont les axes sont orientés vers trois étoiles fixes éloignées. Ce référentiel est considéré comme galiléen pendant la durée de l'étude.

2- *Etude dynamique entre un astre et son satellite:*

Afin de déterminer quelques caractéristiques du mouvement d'un satellite autour d'un astre, nous allons réaliser une étude dynamique. Soit un satellite A, considéré comme ponctuel, de masse m_{sat}, en mouvement circulaire autour d'un astre de masse M_a, avec une trajectoire de rayon R autour de O, centre de l'astre.
On considère que la seule force qui s'applique au satellite est la force d'attraction gravitationnelle exercée par l'astre.
Appliquons la deuxième loi de Newton :

D'autre part, comme le mouvement est circulaire, on peut utiliser le repère de Frénet pour décrire l'accélération :

$$\vec{a} \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

D'après les deux façons d'exprimer l'accélération, on déduit que a_t =

$\Longrightarrow$ ....

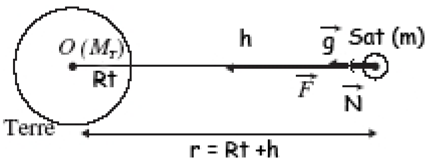
D'après les deux expressions de a_n, on a

$\Longrightarrow$ ....

On exprime la période de révolution T du satellite autour de l'astre : c'est la durée mise par le satellite pour faire un tour autour de l'astre. On sait que $v = \frac{L}{T}$ où L est la distance parcourue par le satellite.

$\Longrightarrow$ ....

2) Cas particulier de la terre et un de ses satellites :



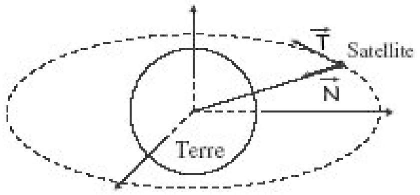
Dans un repère géocentrique supposé galiléen, un satellite subit une force de gravitation de la part de la Terre :

$\vec{F}$ =

R_t : rayon de l'astre attracteur
h : altitude du satellite.
En assimilant la force de gravitation à une force de pesanteur et le champ de gravitation au champ de pesanteur, on a :

$\vec{F}$ =

On en déduit : $\vec{g}$ =



D'après la deuxième loi de Newton,

$\vec{F}\begin{cases} F_t = \\ \\ F_n = \end{cases}$ et $\vec{a}\begin{cases} a_t = \\ \\ a_n = \end{cases}$

On en déduit que :

- si $a_t = \frac{dv}{dt} =$. alors la valeur de la vitesse du satellite est **constante** : **le satellite à trajectoire circulaire a un mouvement uniforme.**

- si l'accélération est radiale centripète, alors la **trajectoire d'un satellite est située dans un plan passant par le centre O de la Terre.**

Donc, on redémontre que

l'accélération tangentielle $a_t = \frac{dv}{dt} =$

et l'accélération normale

$a_n =$

Calcul de la vitesse d'un satellite à trajectoire circulaire

Comme $a_n = a =$

La **vitesse du satellite n'est fonction** que de sa distance **r** au centre de la Terre, c'est-à-dire de son altitude **h**.

Calcul de la période de révolution d'un satellite à trajectoire circulaire

La période de révolution correspond à la durée d'un tour :

Le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est donc constant et indépendant de la masse du satellite : il ne dépend que de la masse responsable de l'attraction gravitationnelle **(……………………………).**

La vitesse et la période d'un satellite animé d'un mouvement circulaire et uniforme autour du centre de la Terre dépendent uniquement de l'altitude du satellite. Quand l'altitude augmente, **la vitesse** …………………. et **la période** …………………….

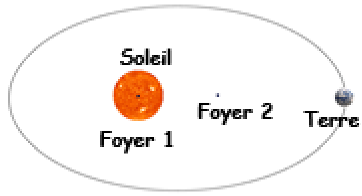
Remarque : Il existe des satellites dits **géostationnaires**. Ils parcourent dans le référentiel géocentrique un cercle équatorial à une altitude voisine de 36 000 km, décrit d'Ouest en Est avec une vitesse angulaire de révolution égale à celle de la rotation de la Terre autour de l'axe des pôles T=86 164 s **(voir exercice ci-dessous)**

III Les trois lois de Kepler:

Johannes Kepler s'est appuyé sur les observations et mesures très précises de Tycho Brahé concernant le mouvement autour du Soleil des six planètes connues à l'époque (Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne) pour énoncé les 3 lois empiriques qui portent son nom.

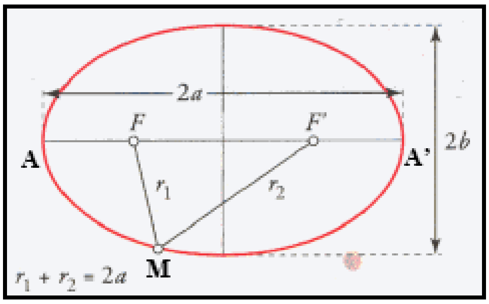
1- 1ère loi : la loi des orbites :

Bien que leurs mouvements soient considérés comme circulaires, en réalités les planètes ou les satellites décrivent une orbite …………………… autour de l'astre attracteur. L'astre attracteur est l'un des foyers de l'ellipse.



<u>Remarque :</u> Qu'est-ce qu'une ellipse au sens mathématiques ?
Une ellipse est formée par l'ensemble des points dont la somme des distances à deux points fixes (les foyers F et F') est constante :

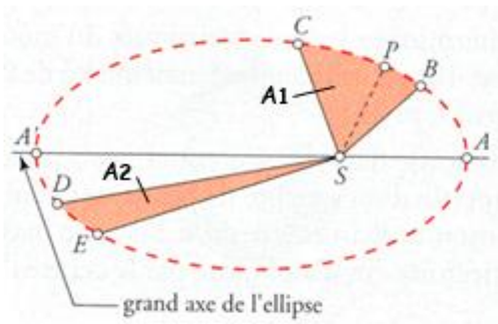
MF + MF' = AA' = 2a (AA' est le **grand axe**)



<u>2- 2ème loi de Kepler: la loi des aires :</u>

La deuxième loi de Kepler, dite « loi des aires » précise que des aires balayées par le segment SP reliant la planète (ou le satellite) à l'astre attracteur pendant des durées égales sont égales :

………………………



<u>Conséquences :</u>

- Les aires des triangles SBC et SDE sont égales.
- La portion d'ellipse **BC est parcourue dans le même temps que la portion DE**, ce qui implique que ……………………

…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………………

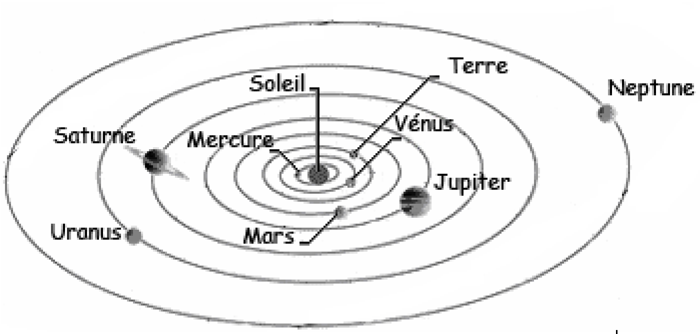
<u>Remarque :</u> Si on assimile l'orbite planétaire **à un cercle de centre O**, on en déduit que la planète se déplace à vitesse ……………………… : le mouvement est alors considéré comme circulaire ……………………

<u>3. Troisième loi de Képler</u>

T étant la période de révolution (temps nécessaire pour effectuer une révolution sur l'orbite) et 2a = AA' le grand axe,

on a :

La valeur de la constante k ne dépend que de l'astre attracteur (dans le référentiel héliocentrique, c'est le Soleil)



Cette constante k est la même pour toutes les planètes du système solaire, ce qui a des applications importantes en astronomie. Pour deux planètes P et P' du système solaire, on peut écrire :

3° LOI

Planète	T en s	r en m	T^2 / r^3
MERCURE	$7{,}6 \cdot 10^{6}$	$5{,}79 \cdot 10^{10}$	$2{,}98 \cdot 10^{-19}$
VENUS	$1{,}94 \cdot 10^{7}$	$1{,}08 \cdot 10^{11}$	$2{,}99 \cdot 10^{-19}$
TERRE	$3{,}16 \cdot 10^{7}$	$1{,}49 \cdot 10^{11}$	$3{,}02 \cdot 10^{-19}$
MARS	$5{,}94 \cdot 10^{7}$	$2{,}28 \cdot 10^{11}$	$2{,}98 \cdot 10^{-19}$
JUPITER	$3{,}74 \cdot 10^{8}$	$7{,}78 \cdot 10^{11}$	$2{,}97 \cdot 10^{-19}$
SATURNE	$9{,}30 \cdot 10^{8}$	$1{,}42 \cdot 10^{12}$	$3{,}02 \cdot 10^{-19}$
URANUS	$2{,}66 \cdot 10^{9}$	$2{,}87 \cdot 10^{12}$	$2{,}99 \cdot 10^{-19}$
NEPTUNE	$5{,}20 \cdot 10^{9}$	$4{,}50 \cdot 10^{12}$	$2{,}97 \cdot 10^{-19}$
	PERIODE		CONSTANTE

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{T'^2}{a'^3} =$$

.

soit $a' = a \times (\frac{T}{T'})^{\frac{2}{3}}$ Cela permet de déterminer la valeur de a' et donc la trajectoire de la planète P'.

<u>4- *Exploitation de la troisième loi :*</u>

Les lois de Kepler énoncées précédemment s'appliquent également aux satellites en révolution autour d'une planète.
Dans l'approximation des orbites circulaires, la loi des orbites traduit que le centre de la trajectoire de ces satellites est constitué par l'astre.
D'autre part, la deuxième loi de Kepler implique que le mouvement est uniforme.

Enfin, la troisième loi est vérifiée grâce à l'expression de la période de révolution. En effet, on a :

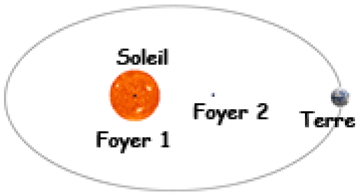
Ainsi, dans l'approximation des trajectoires circulaires, la troisième loi de Kepler s'écrit où

k = est une constante indépendante de la ……………………………….

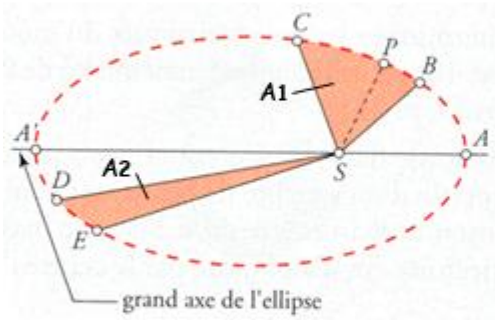
Remarque : Cette loi a permis de déterminer la masse du Soleil et de la Terre en mesurant simplement la durée de la période de révolution de la Terre autour du Soleil, ou de la Lune autour de la Terre.

En résumé : Les 3 lois de Képler :

1ère loi :



2ème loi : .



3ème loi :

ÉNONCÉ

Satellite géostationnaire

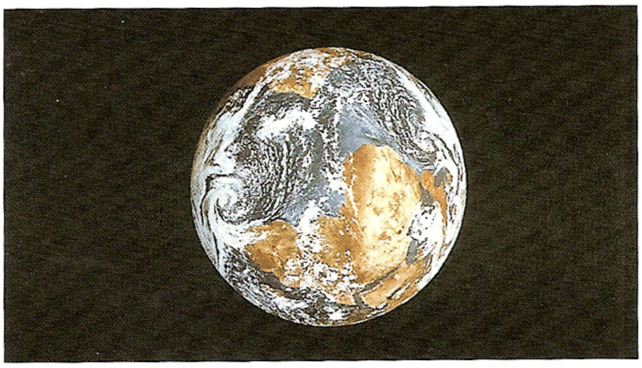
Les satellites MÉTÉOSAT sont des satellites utilisés pour recueillir des données utilisées pour les prévisions météorologiques.
Ce sont des satellites géostationnaires en orbite circulaire autour de la Terre.

1. Donner les conditions pour qu'un satellite soit géostationnaire.

2. Calculer l'altitude d'un satellite géostationnaire.

DONNÉES

- *Rayon de la Terre* : $R = 6{,}38 \times 10^3$ km
- *Masse de la Terre* : $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg
- *Constante de gravitation universelle* : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}
- *Période de rotation propre de la Terre* : $T = 8{,}62 \times 10^4$ s.



Photographie de la Terre prise d'un satellite géostationnaire.

MÉTHODE

Étudier un satellite géostationnaire

1. Préciser le référentiel choisi.

2. Faire un schéma qui montre le vecteur représentant la force d'attraction gravitationnelle qui s'exerce sur le satellite.

3. Appliquer la deuxième loi de Newton.

4. À partir de l'expression du vecteur accélération, trouver l'expression de la période de révolution du satellite et en déduire son altitude.