Correction : **Exercices Mouvement dans l'espace**

Exercice 4

1. a. Après le lancer, Louisa et son canoë vont se déplacer dans le sens opposé à la pierre.
b. D'après le principe des actions réciproques, Louisa exerce une action mécanique sur la pierre modélisée par une force d'égale intensité, de même direction mais de sens oppose à celle qui modélise l'action mécanique qu'exerce la pierre sur Louisa. C'est cette dernière action mécanique qui est responsable du mouvement de Louisa et de son canoë.

2. a. Avant le lancer, le système (S) est un système pseudo-isolé car les actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur lui se compensent.

b. On a $\vec{p}_{\text{avant}}(S) = (m_L + m_C + m_P) \cdot \vec{0} = \vec{0}$.

3. a. On a $\vec{p}_{\text{après}}(S) = (m_L + m_C) \cdot \vec{v} + m_P \cdot \vec{v}_P$.

Comme le système (S) est pseudo-isole, sa quantité de mouvement se conserve, on a $\vec{p}_{\text{avant}}(S) = \vec{p}_{\text{après}}(S)$,

donc $\vec{0} = (m_L + m_C) \cdot \vec{v} + m_P \cdot \vec{v}_P$

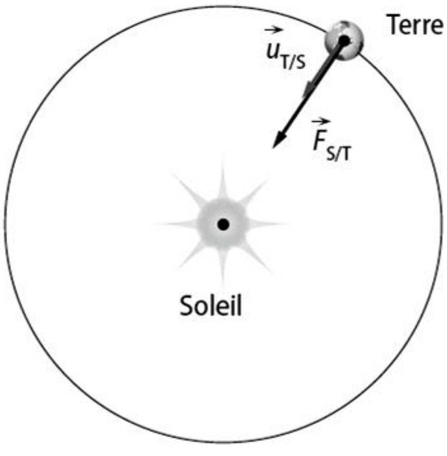
et donc finalement $\vec{v} = -\dfrac{m_P \cdot \vec{v}_P}{m_L + m_C}$.

Donc $v = \dfrac{m_P \cdot v_P}{m_L + m_C} = \dfrac{4{,}2 \times 2{,}5}{55 + 39} = 0{,}11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Exercice 8

1. On doit se placer dans le référentiel héliocentrique galiléen.

2. $\vec{F}_{S/T} = \dfrac{G \cdot M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2} \cdot \vec{u}_{TS}$ Ou $\vec{u}_{TS}$ est un vecteur unitaire porte par la droite (ST) oriente de T vers S.



3. On applique la deuxième loi de Newton a la Terre :

$$d\vec{p}/dt = \vec{F}_{S/T}$$

$$\text{donc } M_T \cdot d\vec{v}_T/dt = \frac{G \cdot M_S \cdot M_T}{d_{ST}^2} \cdot \vec{u}_{TS}$$

$$\text{donc } \vec{a}_T = \frac{G \cdot M_S}{d_{ST}^2} \cdot \vec{u}_{TS}.$$

4. On a alors $\vec{v}_T.\vec{a}_T = 0$, donc le mouvement de la Terre est uniforme.

5. On a $a_T = \frac{G \cdot M_S}{d_{ST}^2} = \frac{v_T^2}{d_{ST}}$ (car le mouvement est uniforme), donc $v_T = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{d_{ST}}}$.

$$\text{Donc } v_T = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{d_{ST}}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}{149,6 \times 10^9}}$$
$$= 2,98 \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

6. L'orbite de la Terre est un cercle de rayon d_{ST} donc la distance parcourue pendant la durée T_T est la circonférence du cercle $2\pi.d_{ST}$ donc :

$$T_T = \frac{2\pi \cdot d_{ST}}{v_T} = \frac{2\pi \times 149,6 \times 10^9}{2,98 \times 10^4} = 3,15 \times 10^7 \text{ s.}$$

$$\text{Donc } T_T = \frac{3,15 \times 10^7}{24 \times 3\,600} = 365 \text{ j.}$$

<u>Exercice n°11</u>

1. Un référentiel planétocentrique est un référentiel centré sur une planète et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles fixes.

2. Première loi de Kepler : dans un référentiel planétocentrique, l'orbite d'un satellite est une ellipse dont le centre de la planète occupe un des deux foyers.

Deuxième loi de Kepler : le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.

Troisième loi de Kepler : le rapport entre le carré de la période de révolution T du satellite et le cube du demi-grand axe a de son orbite elliptique est constant, soit :

$\frac{T^2}{a^3} = k$ avec T en seconde (s), a en mètre (m) et k est une constante qui ne dépend que de l'astre attracteur : la planète.

$k = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_P}$ avec G constante de gravitation universelle : G = 6,67 .10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ et M_P masse de la planète en kilogramme (kg).

3. Si le satellite a une trajectoire circulaire, alors on peut déduire de la deuxième loi de Kepler que sa vitesse est constante.

4. a. La troisième loi de Kepler devient : le rapport entre le carré de la période de révolution T du satellite et le cube du rayon r de son orbite circulaire est constant, soit :

$$\frac{T^2}{r^3} = k$$

avec T en seconde (s) et r en mètre (m) (l'expression de k est inchangée).

b. On a donc $r = \sqrt[3]{\dfrac{T^2 \cdot G \cdot M_P}{4\pi^2}}$.

Exercice 12

1. On doit se placer dans un référentiel centré sur Saturne suppose galiléen.

2. Troisieme loi de Kepler : le rapport entre le carré de la période de révolution T_E d'Encelade et le cube du rayon r_E de son orbite circulaire est constant, soit :

$$\frac{T_E^2}{r_E^3} = k$$

avec T_E en seconde (s), r_E en metre (m) et k est une constante qui ne dépend que de l'astre attracteur : Saturne.

$$k = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$$

avec G constante de gravitation universelle : G = $6{,}67.10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ et M_S masse de Saturne en kilogramme (kg).

3. On a donc :

$$r_E = \sqrt[3]{\frac{T_E^2 \cdot G \cdot M_S}{4\pi^2}}$$
$$= \sqrt[3]{\frac{(1{,}37 \times 24 \times 3\,600)^2 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}69 \times 10^{26}}{4\pi^2}}$$
$$= 2{,}38 \times 10^8 \text{ m.}$$

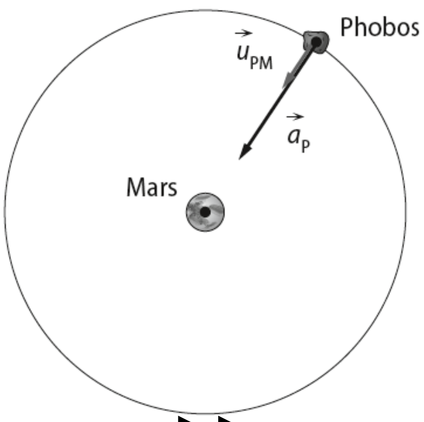
Exercice 17

1. On doit se placer dans un référentiel centré sur Mars suppose galiléen.

2. On applique la deuxième loi de Newton a ce satellite: $d\vec{p}/dt = \vec{F}_{T/P}$ donc :

$$m_P \cdot d\vec{v}_P/dt = \frac{G \cdot M_M \cdot m_P}{r^2} \cdot \vec{u}_{PM} \text{ donc } \vec{a}_P = \frac{G \cdot M_M}{r^2} \cdot \vec{u}_{PM}.$$

3.



4. On a alors $\vec{v}_P.\vec{a}_P = 0$, donc le mouvement de Phobos est uniforme.

5. a. On a $a_P = \dfrac{v_P^2}{r}$ car le mouvement est uniforme.

b. On a alors $a_P = \dfrac{G \cdot M_M}{r^2} = \dfrac{v_P^2}{r}$ donc $v_P = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_M}{r}}$.

c. $\left[\sqrt{\dfrac{G \cdot M_M}{r}}\right] = \sqrt{\dfrac{L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2} \cdot M}{L}} = \sqrt{L^2 \cdot T^{-2}} = L \cdot T^{-1}$

Donc : $\sqrt{\dfrac{G \cdot M_M}{r}}$ est bien homogène a une vitesse en $m.s^{-1}$.

d. $v_P = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_M}{r}} = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}42 \times 10^{23}}{9{,}38 \times 10^6}}$

$= 2{,}14 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2{,}14 \times 10^3 \times 3{,}6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

$= 7{,}70 \times 10^3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

6. a. L'orbite de Phobos est un cercle de rayon r donc la distance parcourue pendant la durée T_P est la circonférence du cercle $2\pi . r$ donc

$$T_P = \frac{2\pi \cdot r}{v_P}.$$

b. $\dfrac{T_P^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{v_P^2 \cdot r} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_M}$.

c. On retrouve la troisieme loi de Kepler.

d. $T_P = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{r^3}{G \cdot M_M}} = 2\pi \sqrt{\dfrac{(9{,}38 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}42 \times 10^{23}}}$

$= 2{,}76 \times 10^4 \text{ s} = 7{,}67 \text{ h}$.

Exercice 20

1. a. D'après le principe des actions réciproques, la fusée exerce une action mécanique sur les gaz expulsés modélisée par une force d'égale intensité, de même direction mais de sens oppose a celle qui modélise l'action mécanique qu'exercent les gaz expulses sur la fusée.
C'est cette dernière action mécanique qui est responsable du mouvement d'ascension de la fusée.

b. Dans un référentiel galiléen, on considère un système isolé (S) constitué par la fusée ainsi que son contenu (y compris son combustible et son comburant) de masse m_0.

– A $t = 0$, le système est immobile, on a alors : $\vec{p}_{(S)}(t = 0) = m_0.\vec{0} = \vec{0}$.

– A un instant t, la fusée a expulsé une certaine quantité de gaz, on a alors : $\vec{p}_{(S)}(t) = \vec{p}_{(\text{gaz expulsés})}(t) + \vec{p}_{(\text{fusée})}(t)$.

Comme, dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé est constant :

$\vec{p}_{(S)}(t = 0) = \vec{p}_{(S)}(t)$ donc $\vec{0} = \vec{p}_{(\text{gaz expulsés})}(t) + \vec{p}_{(\text{fusée})}(t)$.

Donc finalement $\vec{p}_{(\text{fusée})}(t) = -\vec{p}_{(\text{gaz expulsés})}(t)$.

c. Le lancement a eu lieu avec une heure de retard à cause des vents en altitude. Il fallait décaler le lancement sinon les vents auraient modifie la trajectoire de la fusée et les satellites n'auraient alors jamais atteint leurs orbites prévues.

2. a. Orbite de transfert géostationnaire : c'est une orbite elliptique intermédiaire qui permet de placer des satellites en orbite géostationnaire.
Orbite géostationnaire : c'est une orbite circulaire située a 35 786 km d'altitude au-dessus de l'équateur de la Terre, dans le plan équatorial.

b. Le satellite Astra 1N n'est pas place par Ariane 5 directement sur son orbite définitive, puisqu'il est place sur une orbite de transfert qui va lui permettre ensuite d'atteindre son orbite définitive.

3. a. On doit se placer dans un référentiel géocentrique suppose galiléen.

b. Dans ce référentiel, le satellite n'est soumis qu'à l'action mécanique exercée par la Terre. Elle est modélisée

par la force : $\vec{F}_{T/S} = \dfrac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r_S^2} \cdot \vec{u}_{ST}$.

On applique alors la deuxième loi de Newton a ce satellite : $d\vec{p}/dt = \vec{F}_{T/S}$;

donc $m_S \cdot d\vec{v}_S/dt = \dfrac{G \cdot m_S \cdot M_T}{r_S^2} \cdot \vec{u}_{ST}$

donc $\vec{a}_S = \dfrac{G \cdot M_T}{r_S^2} \cdot \vec{u}_{ST}$.

c. On a alors $\vec{v}_s.\vec{a}_s = 0$, donc le mouvement du satellite est uniforme.

d. On a $a_S = \dfrac{G \cdot M_T}{r_S^2} = \dfrac{v_S^2}{r_S}$ (car le mouvement est uniforme) donc $v_S = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_T}{r_S}}$.

Donc $v_S = \sqrt{\dfrac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{4,2 \times 10^7}} = 3,1 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

e. L'orbite de ce satellite est un cercle de rayon r_S donc la distance parcourue pendant la durée T_S est la circonférence du cercle $2\pi.\ r_S$ donc :

$$T_S = \frac{2\pi \cdot r_S}{v_S} = \frac{2\pi \times 4,2 \times 10^7}{3,1 \times 10^3} = 8,5 \times 10^4 \text{ s.}$$

Donc $T_S = \dfrac{8,5 \times 10^4}{3\,600} = 24$ h.

f. Un satellite géostationnaire a une orbite circulaire dans le plan équatorial et sa période de révolution est égale à la période de rotation de la Terre sur elle même.
Il possède donc la particularité d'être toujours positionneé au-dessus du même point de la surface de la Terre.

Exercice 22

A. 1. a. Avant le tir, le système (S) est un système pseudo-isolé car les actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur lui se compensent.

b. On a $\vec{p}_{avant}(S) = m_s.\vec{0} = \vec{0}$.

2. On a $\vec{p}_{\text{après}}(S) = \vec{p}_{\text{après}}(\text{canon}) + \vec{p}_{\text{après}}(\text{boulet})$. Comme le système (S) est pseudo-isolé, sa quantité de mouvement se conserve, on a donc $\vec{p}_{\text{avant}}(S) = \vec{p}_{\text{apres}}(S)$ donc

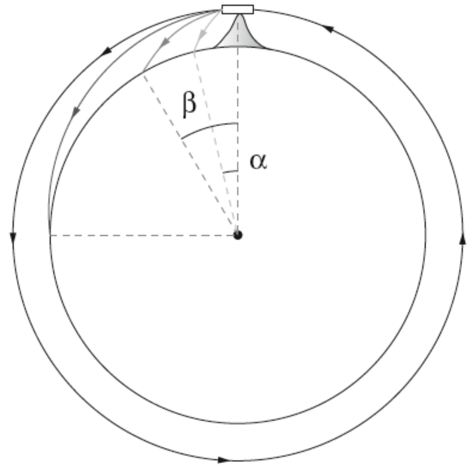
$\vec{0} = \vec{p}_{\text{après}}(\text{canon}) + \vec{p}_{\text{après}}(\text{boulet})$ et donc finalement

$\vec{p}_{\text{après}}(\text{canon}) = - \vec{p}_{\text{après}}(\text{boulet})$.

3. Le vecteur quantité de mouvement du canon après le tir est donc oppose a celui du boulet de canon. Comme le boulet de canon se déplace vers l'avant, le canon se déplace vers l'arrière : c'est le phénomène de recul du canon.

B. 1. Il n'y a qu'une action mécanique qui s'exerce sur le boulet au cours de son mouvement (puisqu'on néglige celle de l'air), elle est modélisée par la force de la Terre sur le boulet $\vec{F}_{T/B}$.

2.



$\alpha = 10°$
$\beta = 30°$

3. Le boulet de canon est alors satellisé : il est en orbite circulaire autour de la Terre.

4. On a alors $r \approx R_T$ car on peut négliger la hauteur de la montagne (de l'ordre du km) par rapport au rayon de la Terre (plus de 6 000 km).

5. a. Troisieme loi de Kepler : le rapport entre le carre de la période de révolution T du boulet de canon et le cube du rayon r de son orbite est constant, soit :

$$\frac{T^2}{r^3} = \mathrm{k}$$

avec T en seconde (s), r en mètre (m) et k est une constante qui ne dépend que de l'astre attracteur : la Terre.

$$\mathrm{k} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$$

avec G constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ m^3.kg^{-1} .s^{-2} et M_T masse de la Terre en kilogramme (kg).

b. D'après la troisième loi de Kepler, on a $\dfrac{T_B^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$
avec $r = R_T$,

donc $T_B = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{R_T^3}{G \cdot M_T}}$.

D'où $T_B = 2\pi \sqrt{\dfrac{(6{,}37 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}} = 5{,}06 \times 10^3$ s.

Donc $T_B = \dfrac{5{,}06 \times 10^3}{3\,600} = 1{,}41$ h.

c. L’orbite du boulet de canon est un cercle de rayon *r*, donc la distance parcourue pendant la durée *T*B est la circonférence du cercle $2\pi r$

donc $v = \dfrac{2\pi \cdot r}{T}$ avec $r = R_T$.

Donc $v_B = \dfrac{2\pi \cdot R_T}{T_B} = \dfrac{2\pi \times 6{,}37 \times 10^6}{5{,}06 \times 10^3} = 7{,}91 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

6. Sur l’image de l’énoncé, on voit qu’a partir de 8 000 m.s$_{-1}$ le boulet de canon fait le tour de la Terre, la valeur de v_B trouvée est très proche de 8 000 m.s^{-1}. Il est indique également que le boulet fait un tour complet de la Terre en 1 h 23 min, or on a T_B = 1,41 h = 1 h 25 min, ces deux valeurs sont également très proches.